

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε ότι $f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Όμως, η ποσότητα $(x^2 + 1)^2$ είναι πάντοτε θετική. Επομένως, αν $x > 0$, τότε $f'(x) > 0$ και άρα η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0, +\infty)$.

Όμοια, αν $x < 0$, τότε $f'(x) < 0$ και άρα η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 0]$.

β) Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, $f'(0) = \frac{2 \cdot 0}{(0^2+1)^2} = 0$, γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 0]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0, +\infty)$. Άρα, το $f(0) = \frac{0^2}{0^2+1} = 0$ είναι το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης f .