

ΛΥΣΗ

α) Το τμήμα ΔΖ ενώνει τα μέσα Δ και Ζ των πλευρών ΑΒ και ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ, άρα ισχύει ότι $\Delta Z = \frac{A\Gamma}{2} = \frac{10}{2} = 5$ (1).

Το τμήμα ΖΕ ενώνει τα μέσα Ζ και Ε των πλευρών ΒΓ και ΑΓ του τριγώνου ΑΒΓ, άρα ισχύει ότι $ZE = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5$ (2).

Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με τις πλευρές του ΑΒ και ΑΓ ίσες με 10, άρα και τα μισά τους είναι ίσα, δηλαδή $AE = EG = AD = DB = 5$ (3).

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) προκύπτει ότι $AE = ZE = \Delta Z = AD = 5$, οπότε το τετράπλευρο ΑΕΖΔ έχει τις πλευρές ίσες άρα θα είναι ρόμβος και επειδή έχει και μια ορθή γωνία, τη γωνία Α, θα είναι και ορθογώνιο, συνεπώς θα είναι τετράγωνο.

β) Το ΔΕ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΒΓ άρα $\Delta E \parallel B\Gamma$. Οι πλευρές ΒΔ και ΓΕ προεκτεινόμενες τέμνονται στο σημείο Α, οπότε δεν είναι παράλληλες. Άρα το τετράπλευρο ΕΔΒΓ είναι τραπέζιο.

Από τη σχέση (3) έχουμε ότι $\Delta B = E\Gamma = 5$, άρα το τετράπλευρο ΕΔΒΓ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

