

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x^3 - 3x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $M(0, f(0))$. (Μονάδες 06)

β) Να μελετήσετε την f ως προς:

i. Τη μονοτονία και τα ακρότατα. (Μονάδες 07)

ii. Την κυρτότητα και τα σημεία καμπής. (Μονάδες 07)

γ) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει ακριβώς μία ρίζα στο διάστημα $(-1, 1)$. Ποιο είναι το πρόσημο της ρίζας αυτής; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 05)