

ΛΥΣΗ

α) Αφού η γραφική παράσταση της f έχει την ευθεία $(\varepsilon): y = 3x - 2$ πλάγια

ασύμπτωτη στο $+\infty$, το $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ θα είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας

(ε) δηλαδή $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 3$ και το $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 3x)$ θα είναι ο σταθερός όρος της ευθείας (ε) δηλαδή $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 3x) = -2$.

β) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 3x + 3x) = +\infty$ αφού $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 3x) = -2$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x = +\infty$.

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x}{xf(x) - 3x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{f(x)}{x} - \frac{x}{x}}{\frac{xf(x)}{x} - \frac{3x^2}{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{f(x)}{x} - 1}{f(x) - 3x} = \frac{3-1}{-2} = -1.$$