

ΘΕΜΑ 4

4.1. Στο χρονικό διάστημα $[0s, 2s]$ η κλίση της γραφικής παράστασης είναι σταθερή και θετική. Άρα ο τροχός εκτελεί στροφική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{20 \text{ rad/s}}{2 \text{ s}} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

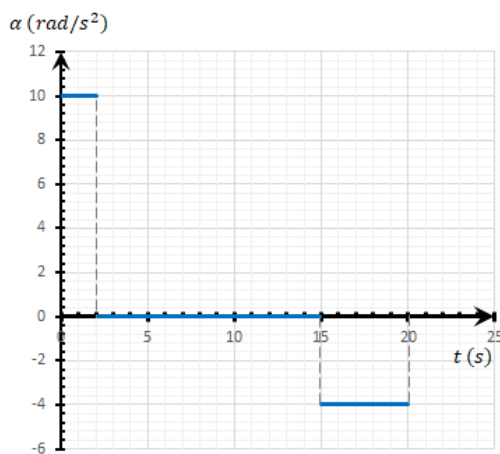
Στο χρονικό διάστημα $(2s, 15s]$ η γραφική παράσταση είναι οριζόντια, δηλαδή η γωνιακή ταχύτητα παραμένει σταθερή, συνεπώς:

$$\alpha_2 = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Τέλος, στο χρονικό διάστημα $(15s, 20s]$ η κλίση της γραφικής παράστασης είναι σταθερή και αρνητική. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι ο τροχός εκτελεί στροφική ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με:

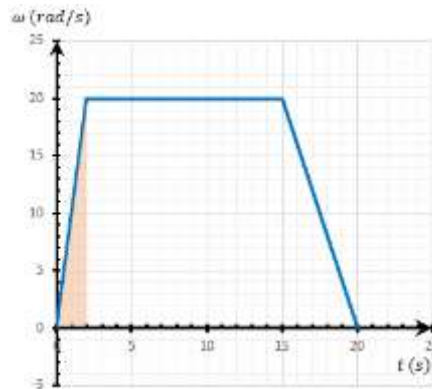
$$\alpha_3 = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{-20 \text{ rad/s}}{5 \text{ s}} = -4 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση δίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Μονάδες 6

4.2. Το εμβαδό που επισημαίνεται χρωματικά στο ακόλουθο σχήμα αντιστοιχεί στην γωνία περιστροφής θ_1 του τροχού κατά το χρονικό διάστημα $[0s, 2s]$:



Είναι λοιπόν:

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \cdot 2s \cdot 20 \frac{rad}{s} = 20rad$$

Άρα

$$N_1 = \frac{\theta_1}{2\pi} = \frac{10}{\pi} \text{ περιστροφές}$$

Μονάδες 6

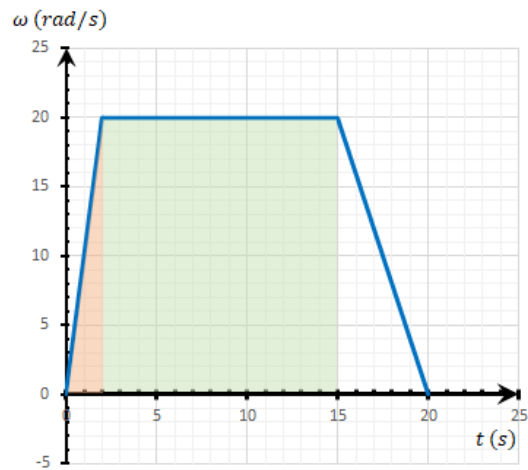
4.3. Όπως αναφέρθηκε, κατά το χρονικό διάστημα $(15s, 20s]$ ο τροχός εκτελεί στροφική ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική γωνιακή ταχύτητα $\omega_o = 20 \frac{rad}{s}$ και επιτάχυνση $\alpha_3 = -4 \frac{rad}{s^2}$. Άρα:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_o + \alpha_3(t_1 - 15) \text{ (S.I.)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \omega_1 &= 20 \frac{rad}{s} - 4 \frac{rad}{s^2} (17 - 15)s \Rightarrow \\ \Rightarrow \omega_1 &= 12 \frac{rad}{s} \end{aligned}$$

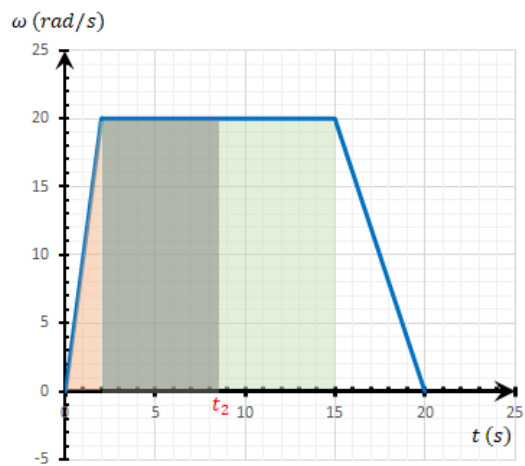
Μονάδες 6

4.4. Το δοσμένο πλήθος περιστροφών είναι μεγαλύτερο από N_1 , άρα η ζητούμενη χρονική στιγμή είναι μετά τα 2s. Θα πρέπει να διερευνήσουμε αν είναι πριν ή μετά τα 15s. Για τον σκοπό αυτό υπολογίζουμε το πλήθος N των περιστροφών στο χρονικό διάστημα $(2s, 15s]$ από το εμβαδό του έγχρωμου παραλληλογράμμου:

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{13s \cdot 20 \frac{rad}{s}}{2\pi} = \frac{130}{\pi} \text{ περιστροφές}$$



Αφού $N_1 + N = \frac{140}{\pi} > \frac{100}{\pi} = N_2$ Συμπεραίνουμε ότι η ζητούμενη χρονική στιγμή t_2 είναι μεταξύ των $2s$ και $15s$, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα:



Έχουμε λοιπόν

$$N_2 = N_1 + \frac{(t_2 - 2) \cdot 20}{2\pi} \text{ (S.I.)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_2 = N_1 + \frac{(t_2 - 2) \cdot 10}{\pi} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi(N_2 - N_1)}{10} + 2 \Rightarrow t_2 = \left[\frac{\pi \left(\frac{100}{\pi} - \frac{10}{\pi} \right)}{10} + 2 \right] s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2 = 11s$$

Μονάδες 7