

ΛΥΣΗ

Έχουμε το σύστημα: $(\Sigma) \begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x + y = 3 \end{cases}$.

α) Το ζεύγος $(x, y) = (\frac{1}{2}, 1)$ είναι λύση του συστήματος (Σ) , αφού το επαληθεύει.

Πράγματι, αν θέσουμε $x = \frac{1}{2}$ και $y = 1$ στην πρώτη και στην δεύτερη εξίσωση του συστήματος έχουμε αντίστοιχα, $2 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 1 + 1 = 2$ και $4 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 2 + 1 = 3$.

β) Το ζεύγος $(x, y) = (\frac{1}{2}, 1)$ είναι μοναδική λύση του συστήματος (Σ) .

Πράγματι, αν αφαιρέσουμε κατά μέλη τις δύο εξισώσεις του συστήματος έχουμε $2x = 1$, άρα $x = \frac{1}{2}$. Αντικαθιστώντας την τιμή αυτή στην πρώτη εξίσωση του συστήματος λαμβάνουμε $2 \cdot \frac{1}{2} + y = 2$, δηλαδή $1 + y = 2$, επομένως $y = 1$.

γ) Ζητούμε να βρούμε τις τιμές των θ και φ στο διάστημα $[0, \frac{\pi}{2}]$ για τις οποίες $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 1$.

Γνωρίζουμε ότι $\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu 0 = 1$.

Οι άγνωστοι θ και φ παίρνουν τιμές στο διάστημα $[0, \frac{\pi}{2}]$.

Όμως, στο διάστημα αυτό η συνάρτηση ημίτονο είναι γνησίως αύξουσα και η συνάρτηση συνημίτονο είναι γνησίως φθίνουσα, οπότε υπάρχουν μοναδικές τιμές των θ και φ στο διάστημα $[0, \frac{\pi}{2}]$ για τις οποίες $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 1$ οι οποίες είναι οι: $\theta = \frac{\pi}{6}$ και $\varphi = 0$, αντίστοιχα.