

ΛΥΣΗ

α) Ο τύπος της συνάρτησης γράφεται $f(x) = x(x-2)$, οπότε με $\alpha = 0$ και $\beta = 2$ παίρνουμε

$$f(\alpha) = f(0) = 0 \text{ και } f(\beta) = f(2) = 0$$

Η συνάρτηση δεν αντιστρέφεται αφού υπάρχουν διαφορετικοί αριθμοί α, β ώστε $f(\alpha) = f(\beta)$, οπότε δεν είναι «1-1».

β) Η συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = 2x - 2 = 2(x-1)$.

Το πρόσημο της παραγώγου είναι το ίδιο με το πρόσημο του παράγοντα $(x-1)$ και φαίνεται στον επόμενο πίνακα.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Από τον πίνακα συμπεραίνουμε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 1]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[1, +\infty)$. Παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $x = 1$.

Η ελάχιστη τιμή της f είναι ίση με $f(1) = 1 - 2 = -1$.

γ) Από τα προηγούμενα ερωτήματα συμπεραίνουμε ότι η γραφική παράσταση της f , που είναι η παραβολή του διπλανού σχήματος, τέμνει τον $x'x$ στο σημείο $(2, 0)$, στην αρχή O και παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $x = 1$, το $f(1) = -1$.

