

ΘΕΜΑ 4

Έστω συνάρτηση f παραγωγίσιμη με συνεχή παράγωγο στο $\mathbb{R}$, η οποία είναι κυρτή και ισχύει $f(1) = f'(1) = 2$.

α) Να βρεθεί η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $(1, f(1))$ και κατόπιν να αποδείξετε ότι $f(x) \geq 2x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι :

i. $\int_0^1 f(x) dx > 1$.

(Μονάδες 6)

ii. $\int_0^1 xf'(x) dx < 1$.

(Μονάδες 6)