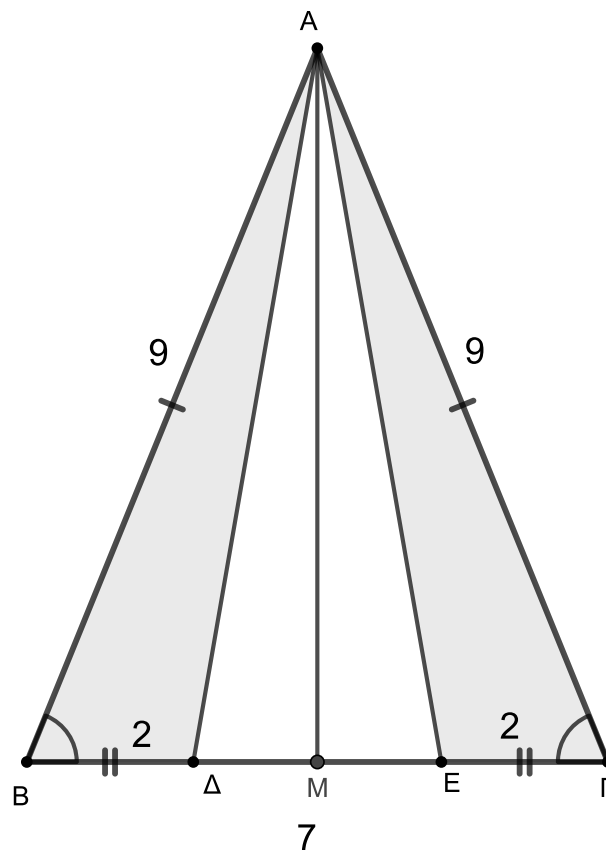


ΛΥΣΗ



α) Τα τρίγωνα ΒΔΑ και ΓΕΑ έχουν:

- $B\Delta = \Gamma E = 2$, από την υπόθεση
- $AB = A\Gamma = 9$, από την υπόθεση
- $\widehat{B} = \widehat{\Gamma}$, ως γωνίες της βάσης του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ.

Άρα τα τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες γωνίες στις πλευρές αυτές ίσες, οπότε είναι ίσα με το κριτήριο ΠΓΠ.

β)

- ι. Για το τμήμα $B\Gamma = 7$ έχουμε $B\Gamma = B\Delta + \Delta E + E\Gamma$ και επειδή $B\Delta = E\Gamma = 2$, προκύπτει ότι $\Delta E = 3$.

Το σημείο Μ είναι το μέσο του τμήματος ΔΕ, από την υπόθεση, άρα

$$\Delta M = \Delta E = \frac{\Delta E}{2} = \frac{7 - 2 \cdot 2}{2} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Για τα τμήματα ΒΜ και ΓΜ έχουμε αντίστοιχα:

- $BM = B\Delta + \Delta M = 2 + 1,5 = 3,5.$
- $\Gamma M = \Gamma E + EM = 2 + 1,5 = 3,5.$

Άρα πράγματι το σημείο Μ είναι το μέσο και της ΒΓ.

- ii. Το τμήμα AM είναι διάμεσος προς τη βάση ΒΓ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ, αφού είδαμε στο β)i. ερώτημα ότι το σημείο Μ είναι μέσο του τμήματος ΒΓ. Άρα το τμήμα AM είναι και ύψος, δηλαδή οι γωνίες $\widehat{AME}$ και $\widehat{AM\Delta}$ είναι ορθές.

Τα τρίγωνα ΑΜΔ και ΑΜΕ έχουν:

- $AM = AM$ κοινή πλευρά
- $ΔM = ME = \frac{3}{2} = 1,5$
- $\widehat{AME} = \widehat{AM\Delta} = 90^\circ$

Τα τρίγωνα είναι ορθογώνια και έχουν ίσες τις κάθετες πλευρές τους, οπότε είναι ίσα.