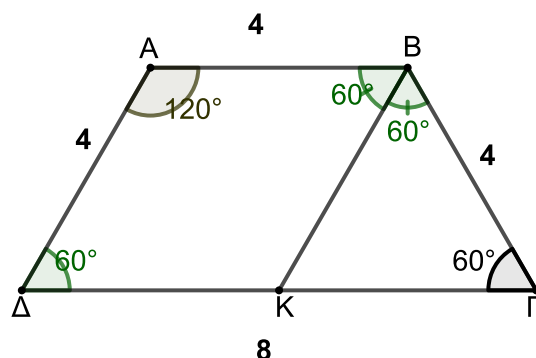


ΛΥΣΗ



α) Στο ισοσκελές τραπέζιο οι προσκείμενες γωνίες σε κάθε βάση του είναι ίσες. Δίνεται ότι $\widehat{B} = 120^\circ$, άρα και $\widehat{A} = 120^\circ$.

Οι γωνίες $\widehat{A}$ και $\widehat{D}$ είναι παραπληρωματικές ως εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων $AB, \Delta\Gamma$ που τέμνονται από τη $B\Gamma$. Άρα $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$, ή $120^\circ + \widehat{D} = 180^\circ$, οπότε $\widehat{D} = 60^\circ$. Για τη γωνία Γ έχουμε $\widehat{\Gamma} = \widehat{D} = 60^\circ$, γιατί οι προσκείμενες γωνίες στη βάση $\Delta\Gamma$ του ισοσκελούς τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$ είναι ίσες.

β)

- i. Επειδή η BK είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B}$, είναι $\widehat{ABK} = \widehat{KB\Gamma} = 60^\circ$. Στο τρίγωνο $BK\Gamma$ οι γωνίες του $\widehat{KB\Gamma}$ και $\widehat{K\Gamma B}$ είναι ίσες με 60° , οπότε και $\widehat{BK\Gamma} = 60^\circ$, δηλαδή το τρίγωνο είναι ισόπλευρο, με $KB = K\Gamma = B\Gamma = 4$.
- ii. Δίνεται ότι $\Delta\Gamma = 2AB = 2 \cdot 4 = 8$, επιπλέον $\Delta K = \Delta\Gamma - K\Gamma = 8 - 4 = 4$. Στο τετράπλευρο $ABK\Delta$ έχουμε : $AD = AB = 4$ (από την υπόθεση), $\Delta K = 4$ και $BK = 4$ από το ισοσκελές τρίγωνο του ερωτήματος β). Άρα το τετράπλευρο $ABK\Delta$ έχει όλες τις πλευρές του ίσες με 4, οπότε είναι ρόμβος.