

ΛΥΣΗ

α) Γνωρίζουμε ότι κάθε συνάρτηση της μορφής $h(x) = \rho \cdot \sin(\omega x)$ με $\rho > 0$ και $\omega > 0$, έχει μέγιστη τιμή ρ , ελάχιστη τιμή $-\rho$ και είναι περιοδική με περίοδο $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Άρα, για την συνάρτηση $f(x) = 4 \cdot \sin(2x)$ έχουμε ότι η μέγιστη τιμή της είναι ίση με 4, η ελάχιστη τιμή της είναι ίση με -4 και ότι είναι περιοδική με περίοδο $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

β) i) Η εξίσωση $f(x) = 4$ γράφεται $4 \cdot \sin(2x) = 4$, άρα $\sin(2x) = 1 = \sin 0$.

Άρα, $2x = 2k\pi \pm 0$ και επομένως $x = k\pi$, όπου k τυχαίος ακέραιος αριθμός.

ii) Όταν $x \in [-\pi, \pi]$, θα πρέπει $-\pi \leq k\pi \leq \pi$ ή ισοδύναμα, $-1 \leq k \leq 1$. Όμως το k είναι ακέραιος αριθμός, οπότε, με αυτόν τον περιορισμό, μπορεί να πάρει τρεις τιμές: $-1, 0, 1$.

Άρα, το x μπορεί να πάρει τις τιμές: $-\pi, 0, \pi$.