

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x - x^2$, με $0 < x < 2$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) = x \cdot (2 - x)$, για κάθε $0 < x < 2$.

(Μονάδες 5)

β) Αν γνωρίζετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό A και B ισχύει ότι $A \cdot B \leq \left(\frac{A+B}{2}\right)^2$, να

αποδείξετε ότι $f(x) \leq 1$, για κάθε $0 < x < 2$.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε αριθμό $a \in (0, 2)$ τέτοιο ώστε $f(x) \leq f(a)$, για κάθε $0 < x < 2$.

(Μονάδες 10)