

ΘΕΜΑ 4

α) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in [0, \pi]$ ισχύει $e^x + \eta\mu x \geq 1$.

(Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $H(x) = x - \ln(e^x + \eta\mu x)$, $x \in [0, \pi]$, είναι μια αρχική (παράγουσα) της συνάρτησης $f(x) = \frac{\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x}{e^x + \eta\mu x}$, $x \in [0, \pi]$.

(Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι $\int_0^\pi x f'(x) dx = \frac{\pi}{e^\pi}$.

(Μονάδες 7)

δ) Να αποδείξετε ότι $\int_1^e \frac{1}{(e^x + \eta\mu x) \cdot x} dx < 1$.

(Μονάδες 7)