

ΛΥΣΗ

α) Αφού  $x^3 - x = x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$  έχουμε ισοδύναμα,

$$x^3 - x = 0$$

$$x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ ή } x - 1 = 0 \text{ ή } x + 1 = 0$$

Άρα,

$$x = 0 \text{ ή } x = 1 \text{ ή } x = -1.$$

β) Αφού  $x^3 - x = x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$ , έχουμε ότι η ανίσωση  $x^3 - x \geq 0$  είναι ισοδύναμη με την ανίσωση

$$x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) \geq 0.$$

Το 1ο μέλος, από το ερώτημα α), έχει ρίζες τους αριθμούς -1, 0, 1 και επομένως έχουμε τον ακόλουθο πίνακα προσήμων:

| x                                         | $-\infty$ | - 1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
|-------------------------------------------|-----------|-----|---|---|-----------|
| x                                         | -         | -   | + | + |           |
| x - 1                                     | -         | -   | - | + |           |
| x + 1                                     | -         | +   | + | + |           |
| $x^3 - x = x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$ | -         | +   | - | + |           |

Επομένως, η ανίσωση  $x^3 - x \geq 0$  ισχύει όταν  $x \geq 1$  ή  $-1 \leq x \leq 0$ .