

ΛΥΣΗ

α) Βρίσκουμε την πρώτη παράγωγο της δοσμένης συνάρτησης $f(x) = 5 \cdot \frac{1}{x}$ με $x \in \mathbb{R} - \{0\}$.

$$f'(x) = \left(5 \cdot \frac{1}{x}\right)' = (5x^{-1})' = 5 \cdot (x^{-1})' = 5 \cdot (-1)x^{-2} = -\frac{5}{x^2}.$$

Άρα, $f'(x) = -\frac{5}{x^2}$ για κάθε $x \neq 0$.

β) Ο συντελεστής διεύθυνσης λ της εφαπτομένης (ε) της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(1,5)$ είναι ίσος με:

$$\lambda = f'(1) = -\frac{5}{1^2} = -5.$$

Επομένως, $\lambda = -5$.

γ) Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη $x_0 = 1$ είναι:

$$y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow y = -5 \cdot x + \beta.$$

Επειδή το σημείο $A(1,5)$ ανήκει στην εφαπτομένη, έχουμε:

$$5 = -5 \cdot 1 + \beta \Leftrightarrow \beta = 5 + 5 = 10.$$

Άρα, η εξίσωση της εφαπτομένης είναι: $y = -5x + 10$.