

ΘΕΜΑ 4

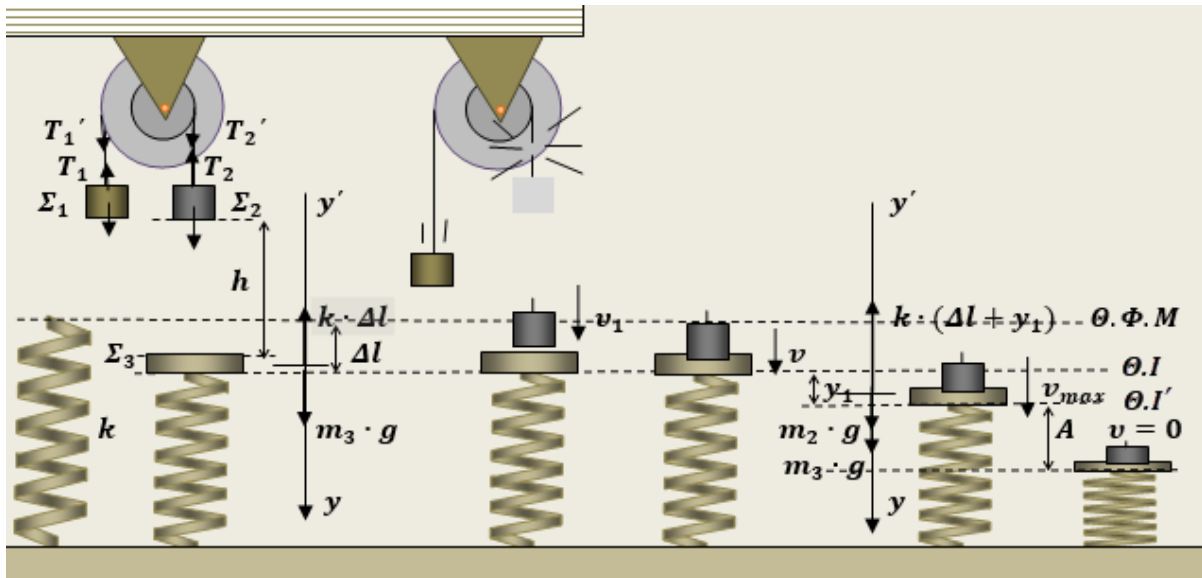
4.1. Κάθε ένα από τα σώματα Σ_1, Σ_2 , ισορροπεί με την επίδραση του βάρους του και της δύναμης (τάσης) του νήματος που το κρατάει. Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων για κάθε σώμα:

$$\Sigma_1: \quad \sum F = 0, \quad T_1 = m_1 \cdot g$$

$$\Sigma_2: \quad \sum F = 0, \quad T_2 = m_2 \cdot g$$

Τα τεντωμένα αβαρή νήματα, ασκούν στα άκρα τους αντίθετες δυνάμεις. Έτσι κατά μέτρο, για τις δυνάμεις που δέχεται η διπλή τροχαλία από τα νήματα ισχύουν:

$$T_1' = T_1 = m_1 \cdot g \quad \text{και} \quad T_2' = T_2 = m_2 \cdot g$$



Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας ροπών των δυνάμεων που δέχεται η διπλή τροχαλία, ως προς τον άξονα περιστροφής της:

$$\sum \tau = 0, \quad \text{ή} \quad T_2' \cdot R_2 = T_1' \cdot R_1, \quad m_2 \cdot g \cdot R_2 = m_1 \cdot g \cdot R_1$$

$$\text{Τελικά:} \quad m_1 = m_2 \cdot \frac{R_2}{R_1} = \frac{m_2}{2} = 0,5 \text{ kg}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, για την πτώση του σώματος Σ_2 , από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα, μέχρι να φτάσει να συγκρουστεί με το σώμα Σ_3 :

$$\Delta K = W_{\beta \acute{\alpha} ρ ο υ ς}, \quad \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_1^2 = m_2 \cdot g \cdot h, \quad v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής στο σύστημα των δυο σωμάτων κατά την πλαστική μεταξύ τους κρούση (ασήμαντης χρονικής διάρκειας):

$$\vec{p}_{\pi ρ ι ν} = \vec{p}_{\mu ε τ α}, \quad m_2 \cdot v_1 = (m_3 + m_2) \cdot v \Rightarrow$$

$$v = \frac{m_2}{m_3 + m_2} \cdot v_1 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Αρχικά το σώμα Σ_3 ισορροπεί ($\Theta \cdot I$), έχοντας προκαλέσει με το βάρος του συσπίρωση κατά Δl στο ελατήριο. Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων:

$$\sum F = 0, m_3 \cdot g = k \cdot \Delta l \quad (1)$$

$$\text{και υπολογίζουμε: } \Delta l = \frac{m_3 \cdot g}{k} = 0,2 \text{ m}$$

Το συσσωμάτωμα έχει μεγαλύτερο βάρος και η θέση ισορροπίας του (Θ.Ι'), είναι πιο κάτω από τη θέση ισορροπίας του Σ_3 κατά y_1 , όπου ισχύει και πάλι συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων:

$$\sum F = 0, (m_3 + m_2) \cdot g = k \cdot (\Delta l + y_1) \quad (2)$$

$$\text{Και υπολογίζουμε: } \Delta l + y_1 = \frac{(m_3 + m_2) \cdot g}{k} = 0,3 \text{ m}, y_1 = 0,1 \text{ m}$$

Αμέσως μετά την πλαστική κρούση, για τη συνισταμένη των δυνάμεων, ισχύει:

$$\sum F = k \cdot \Delta l - (m_2 + m_3) \cdot g \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \sum F = k \cdot \Delta l - k \cdot (\Delta l + y_1) = -k \cdot y_1$$

Άρα το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς τη σταθερά k του ελατηρίου.

Η θέση της κρούσης αποτελεί τυχαία θέση της ταλάντωσης. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης ενέργειας ταλάντωσης:

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot y_1^2 + \frac{1}{2} \cdot (m_2 + m_3) \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$$

$$A = \sqrt{y_1^2 + \frac{m_2 + m_3}{k} \cdot v^2} = 0,2 \text{ m}$$

Μονάδες 7

4.4. Για το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση ισχύει:

$$\frac{dK}{dt} = (\sum F) \cdot v = F_{\varepsilon\pi} \cdot v = -k \cdot y_1 \cdot v = -100 \cdot (-0,1) \cdot 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 10 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6

Παρατήρηση: Για το πρόσημο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας, δεν παίζει ρόλο η θετική φορά που έχουμε θεωρήσει. Αν αλλάξουμε θετική φορά, θα αλλάξει το πρόσημο και στην ταχύτητα αλλά και στην απομάκρυνση και ο ρυθμός μεταβολής θα προκύψει και πάλι θετικός