

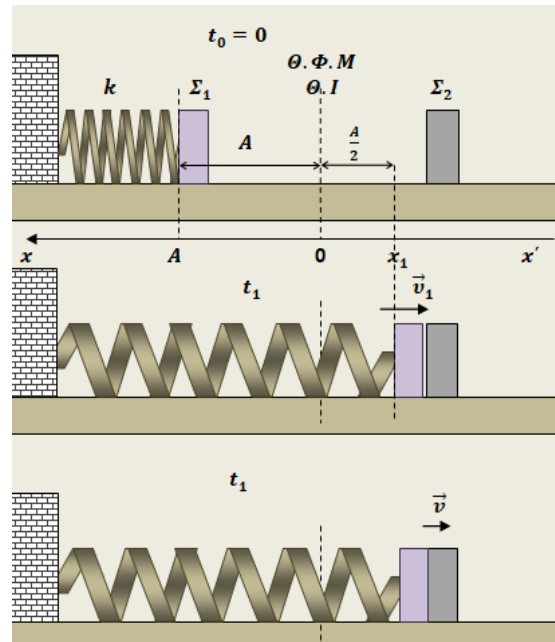
ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σύστημα ιδανικού ελατηρίου-μάζας σε λείο οριζόντιο δάπεδο, αποτελεί πρότυπο αρμονικό ταλαντωτή. Το σώμα Σ_1 , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς τη σταθερά του ελατηρίου. Η θέση από την οποία αφήσαμε το σώμα Σ_1 να κινηθεί, είναι ακραία θέση ταλάντωσης και η απόστασή της από τη θέση ισορροπίας, είναι το πλάτος της. Εφαρμόζουμε διατήρηση ενέργειας ταλάντωσης, από τη στιγμή που αφήσαμε ελεύθερο το σώμα Σ_1 να κινηθεί από ακραία θέση ταλάντωσης, μέχρι τη στιγμή που θα συγκρουστεί με το σώμα Σ_2 , στη θέση $x_1 = d$ της ταλάντωσης που εκτελεί:

$$E_{\text{ταλ}}^{A,\theta} = E_{\text{ταλ}}^{T,\theta}, \quad \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2$$

$$|v_1| = \sqrt{\frac{k}{m_1} \cdot (A^2 - x_1^2)} = \sqrt{\frac{100}{0,5} \cdot (3 \cdot 0,04 - 3 \cdot 0,01)} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Τελικά: } |v_1| = \sqrt{600 \cdot 0,03} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \cdot \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 είναι:

$$\left| \frac{dp}{dt} \right|_{\Sigma_1}^{\pi\rho\nu} = |\Sigma F|_{\Sigma_1}^{\pi\rho\nu} = |F_{\varepsilon\lambda}|_{\pi\rho\nu} = k \cdot d = 100 \cdot 0,1 \cdot \sqrt{3} \text{ N} = 10 \cdot \sqrt{3} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής κατά την πλαστική κρούση και υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά από αυτή:

$$\vec{p}_{\text{συστ}}^{\pi\rho\nu} = \vec{p}_{\text{συστ}}^{\text{μετα}}, \quad m_1 \cdot \vec{v}_1 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}$$

$$\text{Τελικά: } |v| = \frac{0,5}{4,5} \cdot |v_1| = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση βρίσκεται σε τυχαία θέση της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί εξαιτίας του ελατηρίου. Εφαρμόζουμε και πάλι διατήρηση της ενέργειας ταλάντωσης για να υπολογίσουμε το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος:

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot x_1^2 + \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A'^2$$

$$\text{ή } A' = \sqrt{x_1^2 + \frac{m_1+m_2}{k} \cdot v^2} = \sqrt{0,03 + \frac{4,5}{100} \cdot \frac{2}{9}} \text{ m} = \sqrt{0,04} \text{ m} = 0,2 \text{ m}$$

Μονάδες 7

4.4. Θεωρώντας, αυθαίρετα, ως θετική την φορά προς τα αριστερά, η αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση, είναι:

$$\frac{dK}{dt} = (\Sigma F) \cdot v = F_{\text{επαναφοράς}} \cdot v = -k \cdot x_1 \cdot v = -100 \cdot (-0,1 \cdot \sqrt{3}) \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right) \frac{\text{J}}{\text{s}} = -\frac{10 \cdot \sqrt{6}}{3} \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Σχόλιο: το πρόσημο του αποτελέσματος είναι αναμενόμενο, αφού κατά την κίνηση προς την ακραία θέση της ταλάντωσης, η κινητική ενέργεια μειώνεται.

Παρατήρηση: Η αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας που υπολογίσαμε, δεν αλλάζει αν θεωρήσουμε θετική την φορά προς τα δεξιά. Και στην περίπτωση αυτή τα μεγέθη x_1 και v θα είναι ομόσημα (θετικά) και ο ρυθμός μεταβολής θα προκύψει και πάλι αρνητικός.

Μονάδες 6