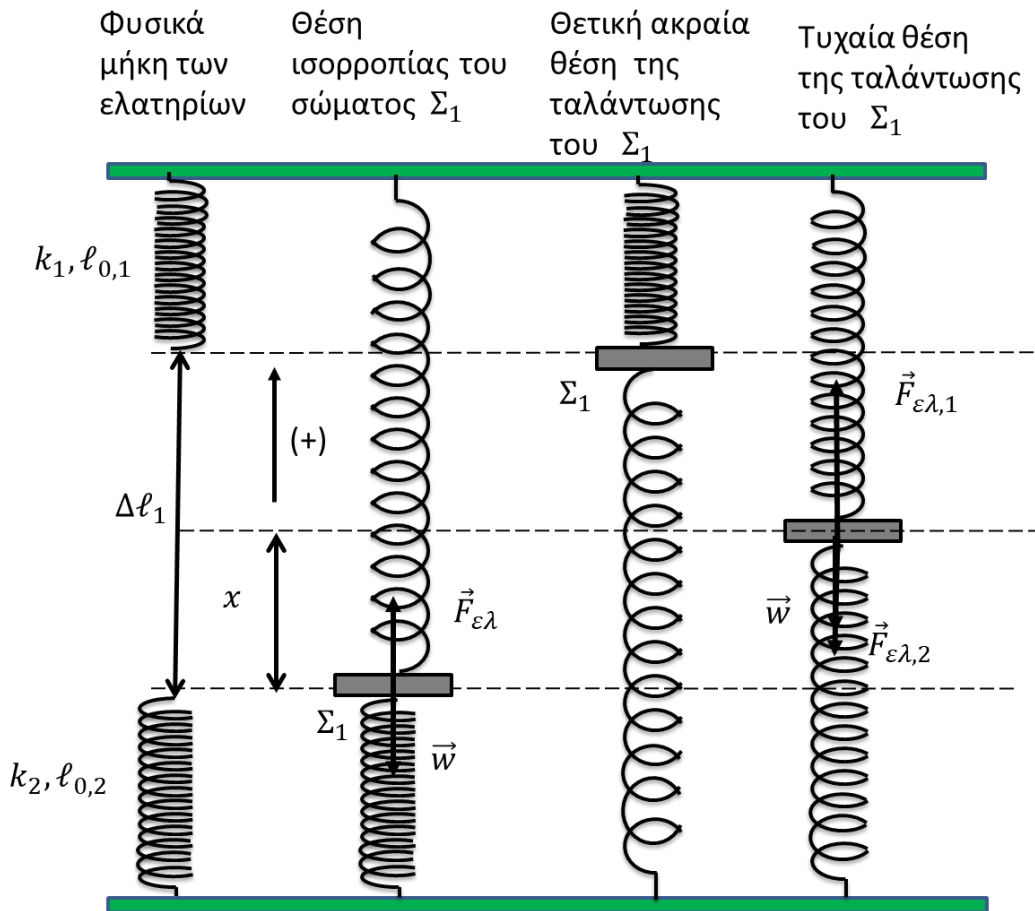


ΘΕΜΑ 4

4.1. Για να εκτελεί το σώμα απλή αρμονική ταλάντωση θα πρέπει στην τυχαία θέση να δέχεται συνισταμένη δύναμη ανάλογη και ετερόσημη της απομάκρυνσης x .



Στην θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 το ελατήριο k_1 είναι σε επιμήκυνση $\Delta\ell_1$ και το ελατήριο k_2 είναι στο φυσικό του μήκος.

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\epsilon\lambda} - w = 0 \Rightarrow k_1 \cdot \Delta\ell_1 = m_1 g \quad (1)$$

Στην τυχαία θέση το ελατήριο k_1 είναι σε επιμήκυνση $(\Delta\ell_1 - x)$ και το ελατήριο k_2 σε επιμήκυνση x .

$$\Sigma F = F_{\epsilon\lambda,1} - w - F_{\epsilon\lambda,2} \Rightarrow \Sigma F = k_1 \cdot (\Delta\ell_1 - x) - m_1 g - k_2 \cdot x \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \Sigma F = -(k_1 + k_2) \cdot x \Rightarrow \Sigma F = -D \cdot x$$

Επομένως το σώμα Σ_1 εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά

$$D = k_1 + k_2 \Rightarrow D = 100 \frac{N}{m}$$

και περίοδο

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{D}} \Rightarrow T_1 = \frac{\pi}{5} s$$

Μονάδες 8

4.2. Το σώμα εκτελεί ΑΑΤ με εξίσωση $x = A_1 \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$, $0 \leq \varphi_0 < 2\pi$

Στη θετική ακραία θέση της ταλάντωσης η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι ίση με το πλάτος A, δηλαδή:

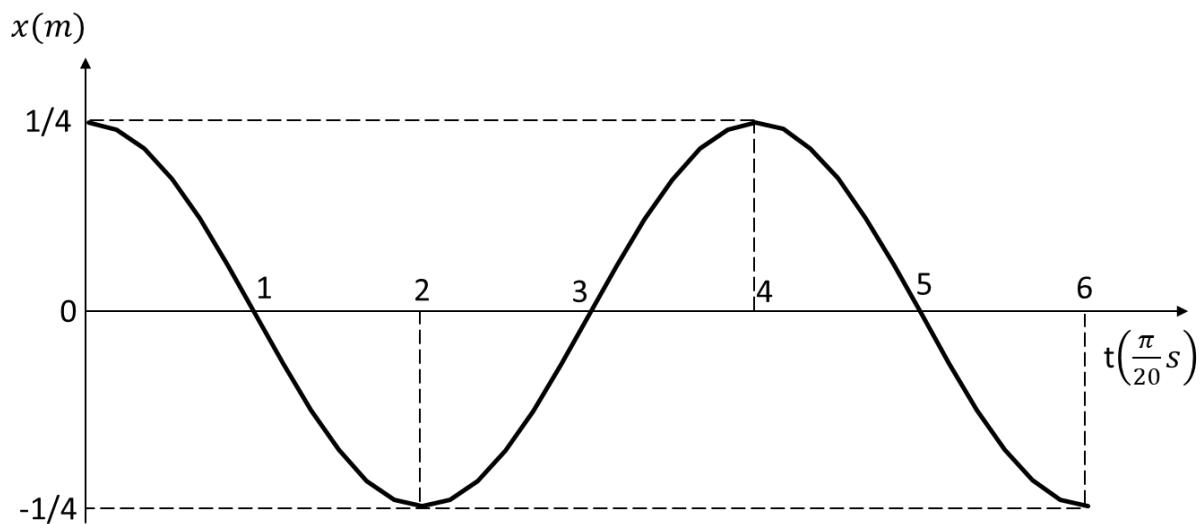
$$A_1 = \Delta \ell_1 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} A_1 = \frac{m_1 g}{k_1} \Rightarrow A_1 = \frac{1}{4} m$$

$$D = m_1 \cdot \omega_1^2 \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{D}{m_1}} \Rightarrow \omega_1 = 10 \frac{rad}{s}$$

Για $t_0 = 0$ το σώμα Σ_1 βρίσκεται σε απομάκρυνση $x = +A_1$ επομένως,

$$A_1 \cdot \eta \mu \varphi_0 = A_1 \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω: $x = \frac{1}{4} \cdot \eta \mu \left(10t + \frac{\pi}{2} \right)$ (SI)

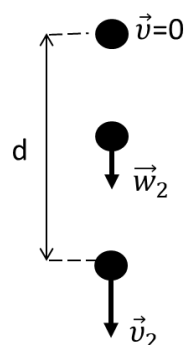


Μονάδες 8

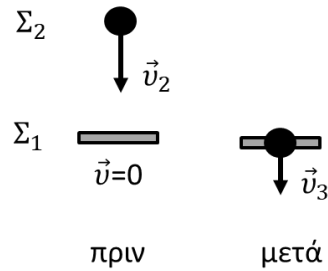
4.3. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα Σ_1 βρίσκεται στην κάτω (αρνητική) ακραία θέση της ταλάντωσής του. Η απόσταση που διανύει το σώμα Σ_2 από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με: $d = h + 2A_1 \Rightarrow d = 0,8 m$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του Σ_2 πριν την κρούση.

$$\Delta K = W_{w_2} \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - 0 = m_2 g d \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gd} \Rightarrow v_2 = 4 \frac{m}{s}$$



Κατά τη διάρκεια της κρούσης το σύστημα θεωρείται μονωμένο.

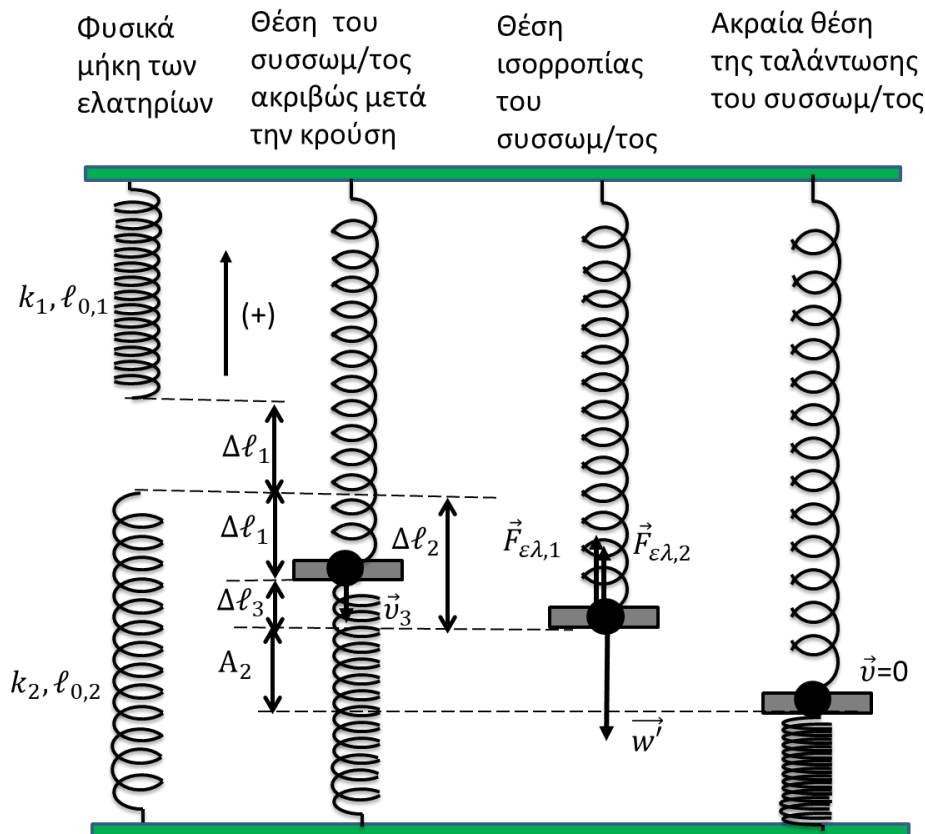


Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_3 \Rightarrow v_3 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_2 \Rightarrow v_3 = 3 \frac{m}{s}$$

Έστω $\Delta \ell_2$ η συσπίρωση του ελατηρίου k_2 στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος. Στη θέση αυτή το ελατήριο k_1 έχει επιμήκυνση $\Delta \ell_4 = \Delta \ell_1 + \Delta \ell_2$, επομένως:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda,1} + F_{\varepsilon\lambda,2} - w' = 0 \Rightarrow k_1 \cdot (\Delta \ell_1 + \Delta \ell_2) + k_2 \Delta \ell_2 = (m_1 + m_2)g \Rightarrow \Delta \ell_2 = 0,3 \text{ m}$$



Η απομάκρυνση του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση από τη θέση ισορροπίας του είναι ίση με: $\Delta \ell_3 = \Delta \ell_2 - \Delta \ell_1 \Rightarrow \Delta \ell_3 = 0,05 \text{ m}$

Το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά $D = k_1 + k_2 \Rightarrow D = 100 \frac{N}{m}$

Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης Ενέργειας της ταλάντωσης

$$K + U = E_T \Rightarrow \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_3^2 + \frac{1}{2} D \cdot \Delta \ell_3^2 = \frac{1}{2} D \cdot A_2^2 \Rightarrow A_2 = 0,602 \text{ m}$$