

ΛΥΣΗ

α) Η εξίσωση (1) γράφεται διαδοχικά:

$$(y - 1)^2 = (3 + x)(1 - x)$$

$$(y - 1)^2 = 3 - 3x + x - x^2$$

$$(y - 1)^2 = 3 - 2x - x^2$$

$$(x^2 + 2x + 1) + (y - 1)^2 = 4$$

$$(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

Άρα, η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο με κέντρο $K(-1,1)$ και ακτίνα $R = 2$.

β) Εξετάζουμε αν οι συντεταγμένες της αρχής των αξόνων $O(0,0)$ επαληθεύουν την εξίσωση του κύκλου (K,R) .

Για $x = 0$ και $y = 0$ είναι:

$$(0 + 1)^2 + (0 - 1)^2 = 1 + 1 = 2 \neq 4$$

Άρα, ο κύκλος (K,R) δεν διέρχεται από την αρχή O των αξόνων.

γ) Υπολογίζουμε την απόσταση του κέντρου K του κύκλου από την ευθεία (ε) με εξίσωση $x + y - 2 = 0$.

$$d(K,\varepsilon) = \frac{|-1 + 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} < R$$

Άρα, η ευθεία (ε) είναι τέμνουσα του κύκλου (K,R) .