

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

$$(3, -1) = (x_B - 2, y_B - 1)$$

Επομένως:

$$x_B - 2 = 3 \text{ ή } x_B = 5 \text{ και } y_B - 1 = -1 \text{ ή } y_B = 0, \text{ άρα } B(5, 0).$$

β)

i. $\overrightarrow{AG} = (x_G - x_A, y_G - y_A) = (4 - 2, -1 - 1) = (2, -2)$ και $\overrightarrow{AB} = (3, -1)$.

Για να σχηματίζουν τρίγωνο αρκεί $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}) \neq 0$.

Πράγματι,

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = 3(-2) - 2(-1) = -6 + 2 = -4$$

Επομένως, τα σημεία A, B και Γ σχηματίζουν τρίγωνο.

ii. Το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ δίνεται από τον τύπο:

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG})| = \frac{1}{2} |-4| = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \text{ τ.μ.}$$