

ΛΥΣΗ

α) Υπολογίζουμε τη διακρίνουσα του τριωνύμου $x^2 - 3x + 2$.

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι $x = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2} = 2 \text{ ή } 1$.

Το τριώνυμο γράφεται ως γινόμενο παραγόντων, όταν $\Delta > 0$, στη μορφή:

$$ax^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x - x_1)(x - x_2) \text{ όπου } x_1, x_2, \text{ οι ρίζες του τριωνύμου,}$$

$$\text{Οπότε έχουμε } x^2 - 3x + 2 = 1 \cdot (x - 2)(x - 1) = (x - 2)(x - 1).$$

β) i) Η συνάρτηση ορίζεται όταν ο παρονομαστής του κλάσματος δεν είναι μηδέν, οπότε για το πεδίο ορισμού της πρέπει να ισχύει $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Οπότε το πεδίο ορισμού της είναι $\mathbb{R} - \{1\} = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$.

$$\text{ii) Ισχύει ότι } f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = x - 2, \mu\epsilon x \neq 1.$$

iii) Αναζητούμε τους πραγματικούς αριθμούς x για τους οποίους μπορεί να ισχύει:

$$f(x) = -1 \Leftrightarrow x - 2 = -1 \Leftrightarrow x = 1.$$

Όμως η συνάρτηση δεν ορίζεται για $x = 1$. Η τιμή αυτή απορρίπτεται.

Δηλαδή, δεν υπάρχει πραγματικός αριθμός στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης για την οποία να ισχύει $f(x) = -1$.