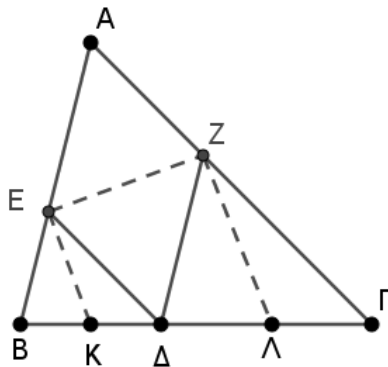


ΛΥΣΗ



α) Στο τρίγωνο BEΔ, η EK είναι διάμεσος, οπότε τα τρίγωνα BEK και EKΔ έχουν ίσες βάσεις BK και KΔ και κοινό ύψος από το E. Επομένως τα εμβαδά τους θα είναι ίσα, δηλαδή $(BEK) = (EKΔ)$.

$$\text{Άρα } (EKΔ) = \frac{(BEΔ)}{2} \quad (1).$$

β) Το AΕΔΖ είναι παραλληλόγραμμο γιατί έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες, αφού $ΔΖ // AE$ και $ΔΕ // AZ$. Η διαγώνιος EZ του παραλληλογράμμου AΕΔΖ το χωρίζει σε δύο ίσα άρα και ισοδύναμα τρίγωνα, δηλαδή $(EZΔ) = (AEZ)$.

$$\text{Επομένως, } (EZΔ) = \frac{(AEΔZ)}{2} \quad (2).$$

γ) Στο τρίγωνο ΔΖΓ, η ΖΛ είναι διάμεσος, οπότε τα τρίγωνα ΔΖΛ και ΓΖΛ έχουν ίσες βάσεις ΔΛ και ΓΛ και κοινό ύψος από το Z. Επομένως τα εμβαδά τους θα είναι ίσα, δηλαδή $(ΔΖΛ) = (ΓΖΛ)$.

$$\text{Άρα } (ΔΖΛ) = \frac{(ΔΖΓ)}{2} \quad (3).$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2), (3) έχουμε:

$$(EKΔ) + (EZΔ) + (ΔΖΛ) = \frac{(BEΔ)}{2} + \frac{(AEΔZ)}{2} + \frac{(ΔΖΓ)}{2}$$

Άρα:

$$(KEZΛ) = \frac{(BEΔ) + (AEΔZ) + (ΔΖΓ)}{2} = \frac{(ABΓ)}{2}$$

Επομένως, το εμβαδόν του KEZΛ θα ισούται με το μισό του εμβαδού του τριγώνου ABΓ.