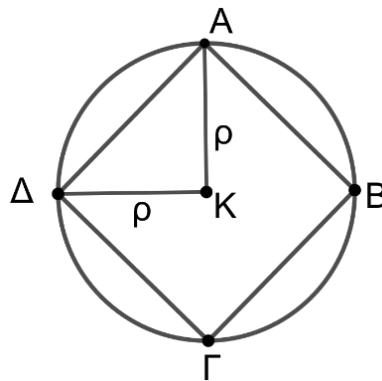


ΛΥΣΗ



α) Το τετράγωνο χωρίζεται από τις ακτίνες του περιγεγραμμένου κύκλου σε 4 ίσα τρίγωνα, άρα με ίσα εμβαδά. Ένα από αυτά είναι το ΑΚΔ. Επομένως το εμβαδόν (ΑΒΓΔ) του τετραγώνου ΑΒΓΔ είναι τετραπλάσιο του εμβαδού (ΑΚΔ) του τριγώνου ΑΚΔ. Άρα $(ΑΒΓΔ) = 4 \cdot (ΑΚΔ) = 16$.

β) Ισχύει ότι $(ΑΒΓΔ) = ΑΔ^2$. Από το α) έχουμε ότι $:(ΑΒΓΔ) = 16$, άρα $ΑΔ^2 = 16$.

Η γωνία $\hat{ΑΚΔ}$ είναι η κεντρική γωνία $\hat{\omega}_4$ του τετραγώνου ΑΒΓΔ. Άρα $\hat{ΑΚΔ} = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$.

Επομένως το τρίγωνο ΑΚΔ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την ΑΔ.

Εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΑΚΔ έχουμε:

$$ΑΔ^2 = ΑΚ^2 + ΚΔ^2 \text{ ή } 16 = \rho^2 + \rho^2 \text{ ή } 2\rho^2 = 16 \text{ ή } \rho^2 = 8 \text{ ή } \rho = \sqrt{8}.$$

γ) Το εμβαδόν του κύκλου είναι $E = \pi\rho^2 = \pi \cdot (\sqrt{8})^2 = 8\pi$.