

Λύση

α) Για να ορίζεται η εξίσωση (1) πρέπει να είναι $x > 0$ και $\ln x \geq 0$.

Ισοδύναμα $x > 0$ και $\ln x \geq \ln 1 \Leftrightarrow x > 0$ και $x \geq 1$.

Δηλαδή η εξίσωση ορίζεται για $x \geq 1$.

β) Η εξίσωση (1) γράφεται ισοδύναμα για $x \geq 1$:

$$\frac{1}{2} \ln x - \sqrt{\ln x} = 0 \Leftrightarrow \ln x - 2\sqrt{\ln x} = 0 \Leftrightarrow \ln x = 2\sqrt{\ln x} \Leftrightarrow (\ln x)^2 = 4 \ln x \Leftrightarrow 4 \ln x - (\ln x)^2 = 0.$$

γ) Η εξίσωση (1) γράφεται ισοδύναμα:

$$4 \ln x - (\ln x)^2 = 0 \Leftrightarrow (\ln x)(4 - \ln x) = 0.$$

Οπότε η εξίσωση γίνεται :

$$\ln x = 0 \text{ ή } \ln x = 4 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = e^4.$$

Πρέπει $x \geq 1$, άρα δεκτές λύσεις $x = 1, x = e^4$.