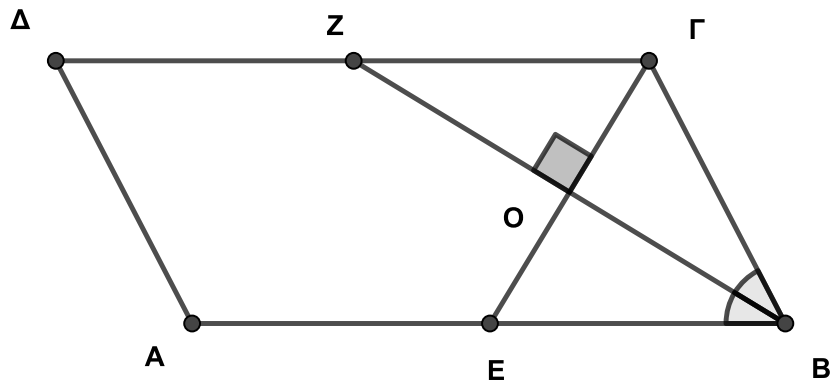


ΛΥΣΗ

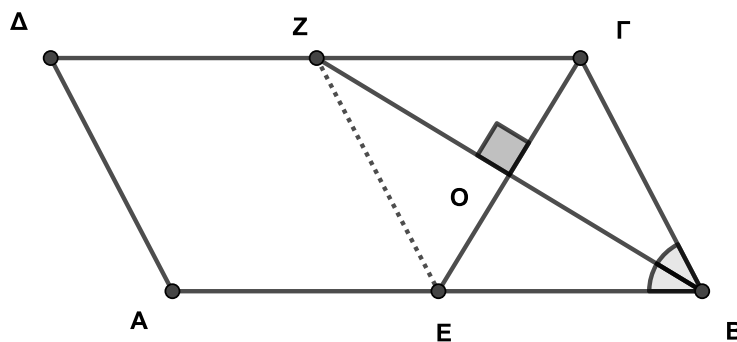


α) Έχουμε BZ διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B}$ και $BO \perp GE$ από υπόθεση. Συνεπώς το τμήμα BO στο τρίγωνο EBG είναι ύψος και διχοτόμος άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές με βάση την πλευρά ΕΓ.

β) Συγκρίνω τα τρίγωνα OZΓ και OBE τα οποία έχουν:

- i. $\widehat{OZ\Gamma} = \widehat{OEB} = 90^\circ$
- ii. $OG = OE$ (Ο μέσο της ΓΕ γιατί το BO είναι διχοτόμος άρα και διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου EBG)
- iii. $\widehat{Z\Gamma O} = \widehat{BEO}$ (ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων BE, ΓZ που τέμνονται από την ΓΕ)

Τα τρίγωνα OZΓ, OBE είναι ίσα γιατί είναι ορθογώνια, που έχουν μια κάθετη πλευρά και την προσκείμενη σε αυτή οξεία γωνία ίσες μία προς μία.



γ) Από τη σύγκριση στο ερώτημα β) έχουμε $OZ = OB$ ως πλευρές των ίσων τριγώνων OZΓ και OBE απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{Z\Gamma O}$ και $\widehat{BEO}$ και $OG = OE$ (Ο μέσο της ΓΕ γιατί το BO είναι διχοτόμος άρα και διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου EBG). Το τετράπλευρο EBGZ είναι παραλληλόγραμμο αφού οι διαγώνιοι ΓΕ και BZ

διχοτομούνται στο σημείο Ο και επειδή είναι και κάθετες (από υπόθεση $BZ \perp ΓΕ$) είναι ρόμβος.

δ) Για να είναι το τετράπλευρο ΕΒΓΖ τετράγωνο θα πρέπει να είναι εκτός από ρόμβος (ερώτημα γ)) και ορθογώνιο άρα θα πρέπει $\widehat{Β}=90^\circ$.