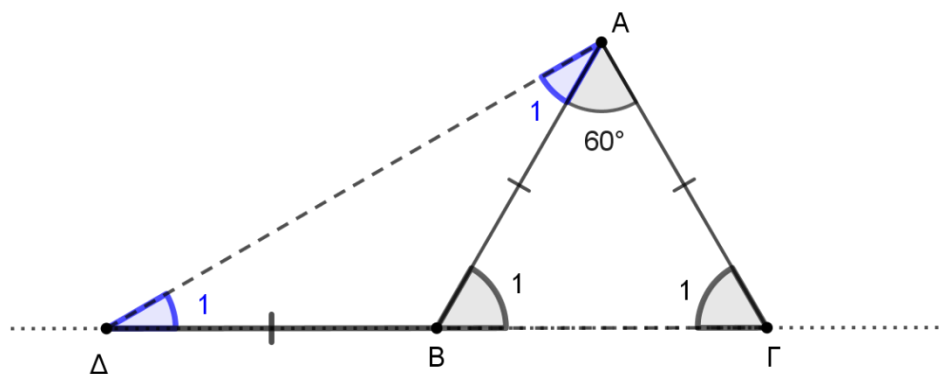


ΛΥΣΗ



α) Αφού είναι $AB = AG$, τότε το τρίγωνο ABG είναι ισοσκελές με βάση BG , οπότε θα έχει ίσες και τις προσκείμενες γωνίες στη βάση του BG , δηλαδή $\widehat{B}_1 = \widehat{G}_1$.

Για τις γωνίες του τριγώνου ABG ισχύει ότι $\widehat{BAG} + \widehat{B}_1 + \widehat{G}_1 = 180^\circ$ με $\widehat{BAG} = 60^\circ$ και $\widehat{B}_1 = \widehat{G}_1$, οπότε θα έχουμε $60^\circ + 2\widehat{B}_1 = 180^\circ$ ή $2\widehat{B}_1 = 180^\circ - 60^\circ$ ή $2\widehat{B}_1 = 120^\circ$ ή $\widehat{B}_1 = 60^\circ$.
Συνεπώς, $\widehat{B}_1 = \widehat{G}_1 = 60^\circ$.

Η γωνία $\widehat{ABD}$ είναι παραπληρωματική της γωνίας $\widehat{B}_1$, οπότε θα ισχύει $\widehat{ABD} + \widehat{B}_1 = 180^\circ$ με $\widehat{B}_1 = 60^\circ$. Επομένως θα είναι $\widehat{ABD} + 60^\circ = 180^\circ$ ή $\widehat{ABD} = 180^\circ - 60^\circ$, άρα $\widehat{ABD} = 120^\circ$.

β) Αφού είναι $BD = BA$, τότε το τρίγωνο ABD είναι ισοσκελές με βάση DA , οπότε θα έχει ίσες και τις προσκείμενες γωνίες στη βάση του DA , δηλαδή $\widehat{D}_1 = \widehat{A}_1$.

Για τις γωνίες του τριγώνου ABD ισχύει ότι $\widehat{ABD} + \widehat{D}_1 + \widehat{A}_1 = 180^\circ$ με $\widehat{ABD} = 120^\circ$ και $\widehat{D}_1 = \widehat{A}_1$. Οπότε θα έχουμε $120^\circ + 2\widehat{A}_1 = 180^\circ$ ή $2\widehat{A}_1 = 180^\circ - 120^\circ$ ή $2\widehat{A}_1 = 60^\circ$ ή $\widehat{A}_1 = 30^\circ$.

Στο τρίγωνο $DAΓ$ είναι $\widehat{DAG} = \widehat{A}_1 + \widehat{BAG} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$. Άρα το τρίγωνο $DAΓ$ είναι ορθογώνιο.

γ) Για το τρίγωνο ABG έχουμε ότι $\widehat{BAG} = 60^\circ$ (από δεδομένα) και $\widehat{B}_1 = \widehat{G}_1 = 60^\circ$ από το α) ερώτημα, οπότε θα είναι $\widehat{BAG} = \widehat{B}_1 = \widehat{G}_1 = 60^\circ$, άρα το τρίγωνο ABG είναι ισόπλευρο, δηλαδή θα είναι $AB = AG = BG$ (1).

Επίσης έχουμε $BD = AB$ (2) από τα δεδομένα.

Από τις σχέσεις (1) και (2) θα έχουμε $BD = BG$, οπότε το B θα είναι μέσο του $DΓ$. Άρα το τμήμα AB θα είναι η διάμεσος που αντιστοιχεί στην πλευρά $DΓ$ του τριγώνου $ADΓ$.