

ΛΥΣΗ

α) Το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δίνεται από το τύπο

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| |\vec{\beta}| \cos(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = 3 \cdot 4 \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6.$$

$$\text{Άρα } \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 6.$$

$$\beta) \vec{\alpha}^2 = |\vec{\alpha}|^2 = 3^2 = 9 \text{ και } \vec{\beta}^2 = |\vec{\beta}|^2 = 4^2 = 16.$$

$$\begin{aligned} \gamma) (3\vec{\alpha} - \vec{\beta}) \cdot (\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}) &= 3\vec{\alpha}^2 - \vec{\beta} \cdot \vec{\alpha} - 9\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + 3\vec{\beta}^2 = 3\vec{\alpha}^2 - 10\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + 3\vec{\beta}^2 = \\ &= 3 \cdot 9 - 10 \cdot 6 + 3 \cdot 16 = 15. \end{aligned}$$