

ΛΥΣΗ

α) Την Τρίτη το πρωί μέσα σε μια ώρα πούλησε 8 φρατζόλες ψωμί και 5 λίτρα γάλα και εισέπραξε 14 ευρώ, δηλαδή $8x + 5y = 14$.

Την Πέμπτη το πρωί την ίδια ώρα πούλησε 6 φρατζόλες ψωμί και 9 λίτρα γάλα και εισέπραξε 21 ευρώ, δηλαδή $6x + 9y = 21$.

Σχηματίζεται λοιπόν το γραμμικό σύστημα

$$\begin{cases} 8x + 5y = 14 \\ 6x + 9y = 21 \end{cases}.$$

β) Για να βρούμε την τιμή πώλησης της μιας φρατζόλας ψωμιού και του ενός λίτρου γάλακτος, λύνουμε το σύστημα $\begin{cases} 8x + 5y = 14 \\ 6x + 9y = 21 \end{cases}$ χρησιμοποιώντας τις ορίζουσες:

$$D = \begin{vmatrix} 8 & 5 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} = 8 \cdot 9 - 5 \cdot 6 = 72 - 30 = 42 \neq 0.$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 14 & 5 \\ 21 & 9 \end{vmatrix} = 14 \cdot 9 - 5 \cdot 21 = 126 - 105 = 21.$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 8 & 14 \\ 6 & 21 \end{vmatrix} = 8 \cdot 21 - 14 \cdot 6 = 168 - 84 = 84.$$

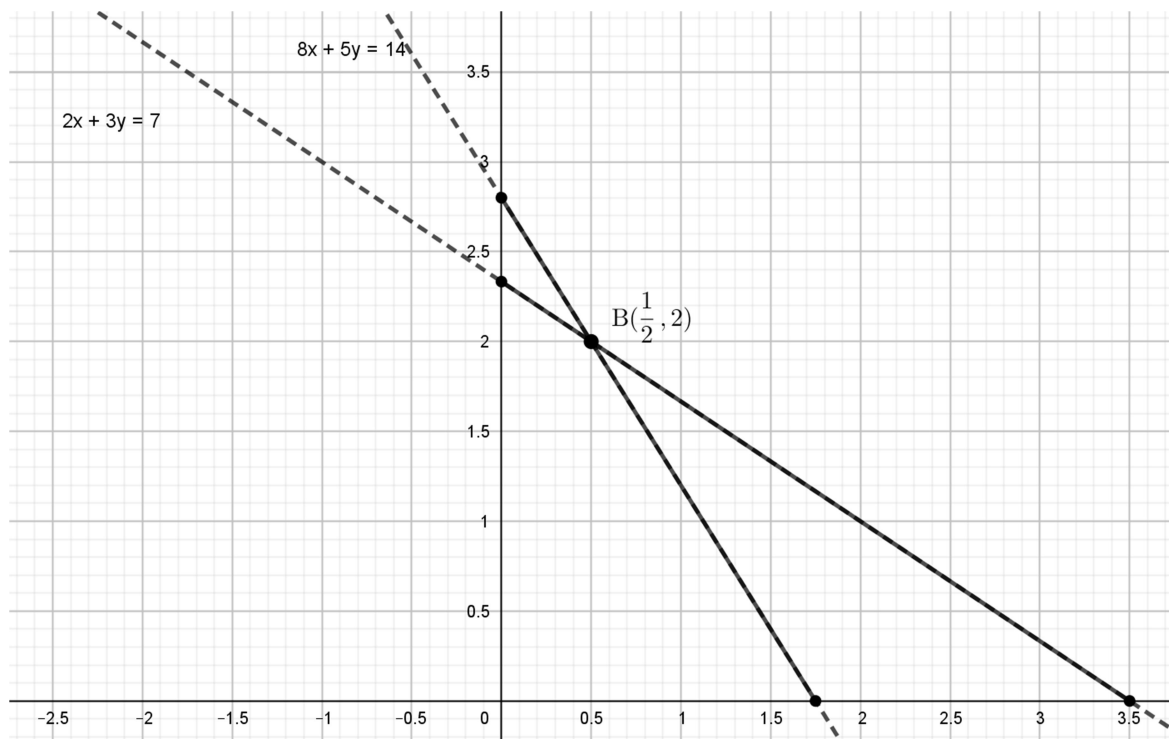
$$\text{Η λύση του συστήματος είναι } (x, y) = \left(\frac{D_x}{D}, \frac{D_y}{D} \right) = \left(\frac{21}{42}, \frac{84}{42} \right) = \left(\frac{1}{2}, 2 \right).$$

Άρα η μία φρατζόλα ψωμί πωλείται μισό ευρώ και το ένα λίτρο γάλα 2 ευρώ.

γ)

ι. Οι εξισώσεις του παραπάνω συστήματος παριστάνουν ευθείες που τέμνονται, γιατί έχουν διαφορετικούς συντελεστές διεύθυνσης (η πρώτη έχει $-\frac{8}{5}$ και η δεύτερη

$-\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}$). Η ευθείες φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



- ii. Το σημείο τομής των δυο ευθειών είναι το $B(\frac{1}{2}, 2)$, η τετμημένη του οποίου $x = \frac{1}{2}$ εκφράζει την τιμή πώλησης (σε ευρώ) της μίας φρατζόλας ψωμιού (μία φρατζόλα ψωμί πωλείται μισό ευρώ) και η τεταγμένη του $y = 2$ εκφράζει την τιμή πώλησης (σε ευρώ) του ενός λίτρου γάλακτος (το ένα λίτρο γάλα πωλείται 2 ευρώ).