

ΛΥΣΗ

α) Η ΒΕ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ, επομένως, $AE = \frac{AG}{2}$. Όμως $AB = \frac{AG}{2}$.

Άρα, $AB = AE = \frac{AG}{2}$.

β) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΕΔ έχουν:

- $AB = AE$ σύμφωνα με το ερώτημα (α)
- ΑΔ κοινή πλευρά
- $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$, η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας Α

Επομένως, από το κριτήριο ισότητας Π-Γ Π, τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΕΔ είναι ίσα.

Άρα, απέναντι από τις ίσες γωνίες $\hat{A}_1, \hat{A}_2$ έχουμε αντίστοιχα ίσες πλευρές δηλαδή

$ΔΒ = ΔΕ$.

γ) Το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοσκελές με $AB = AE$ και η ΑΖ είναι διχοτόμος του.

Επομένως, η ΑΖ είναι και ύψος. Άρα, $AZ \perp BE$.